

Comprender los números racionales en bases no decimales

Responsables: Natalia Salva - Andrea Rivera - Maximiliano Palacios Amaya - Jordi Alsina

Departamento de Matemática - Universidad Nacional del Comahue

Contacto: natalia.salva@yahoo.com.ar

andreb.rivera@gmail.com

maximiliano.palacios@crub.uncoma.edu.ar

joralsina@gmail.com

Fundamentación y marco del trabajo

En cuanto a la enseñanza y aprendizaje del objeto matemático “número racional”, una de las dificultades más relevantes radica en el uso de las diversas representaciones (Granados Niño, 2022; Palacios-Amaya et al., 2018). Estas representaciones semióticas y sus significados forman parte de los saberes centrales comunes establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (Núcleos de Aprendizajes Prioritarios, 2012). Por ejemplo, se señala que en el ciclo básico de la escuela secundaria (primer y segundo año), los estudiantes deben ser capaces de utilizar los números racionales en sus distintas expresiones y reconocer las propiedades de las relaciones en diferentes contextos, contribuyendo así a la formación del pensamiento numérico y de los sistemas numéricos. Según Duval (2004), la aprehensión conceptual de un objeto matemático se basa en dos de sus características fuertes: el uso de más de un registro de representación semiótica; y la creación y el desarrollo de sistemas semióticos nuevos que son símbolo de progreso del conocimiento.

Dos de las representaciones semióticas de los números racionales son: la representación como fracción y la representación decimal. Aunque suelen emplearse algoritmos o "recetas mágicas" para transformar los números de una representación a otra, persisten dificultades en la comprensión de los números racionales en relación a ambas representaciones. En la matemática escolar, generalmente se distingue entre números racionales e irracionales mediante su representación en el sistema decimal. Los números irracionales se definen como aquellos cuya expresión decimal es infinita y no periódica. Sin embargo, cuando se estudian los números racionales con representación decimal infinita, a veces las expresiones decimales infinitas (sin más detalles) no permiten determinar si se trata de un número racional o irracional. Por ejemplo, la secuencia 1,618033... podría

corresponder al número áureo, pero también podría ser una secuencia como 1,61803333... (con infinitos tres), lo que indicaría un número racional. La escritura decimal infinita introduce cierta ambigüedad que sólo se puede aclarar añadiendo otros símbolos, términos o características que completen el significado de la representación. Esta dificultad se ve reforzada por la concepción persistente de que los números racionales deben tener períodos decimales compuestos únicamente por unos pocos dígitos, idea que se ve reforzada por las expansiones decimales generadas por las calculadoras, que con frecuencia se confunden con números irracionales debido a la falta de una relación aparente en las secuencias de números que aparecen en el visor (Pochulu, 2007).

La representación decimal es un tipo de sistema numeral presente en muchas de las familias lingüísticas que han formado parte de la historia de la humanidad, pero no es la única. Si bien existen diversos sistemas de notación (aditiva, mixta), en este taller nos enfocaremos en el sistema de notación posicional, donde la posición de las cifras indica si son unidades, decenas, centenas, etc., o en general, la potencia de la base. Es fundamental destacar que la propiedad de ser racional o irracional es independiente de la notación decimal, e incluso de cualquier base utilizada para representar el número. Esta característica es intrínseca al número y no depende de la notación empleada, a diferencia de otras propiedades que pueden cambiar al utilizar distintas bases. Por ejemplo, el número $(1/7)$ en base 10 se representa como 0,142857142857... (un decimal periódico infinito), mientras que en base 7 su expresión es 0,1 (un decimal finito).

En este taller, nos proponemos explorar la representación decimal en base 5 de los números racionales y su transformación a la representación fraccionaria. En particular, analizaremos cómo determinar el desarrollo decimal a partir de la representación como fracción, ya sea su longitud (si es finita) o la longitud del período y el lugar donde comienza (si es periódico infinito). Además, reflexionaremos sobre el uso de las calculadoras para analizar y anticipar el comportamiento de los decimales. El empleo de bases distintas a la decimal permitirá consolidar los conceptos y propiedades comúnmente asociados a los números racionales, al mismo tiempo que fomentará una reflexión crítica sobre las convenciones aritméticas que solemos utilizar.

Objetivos

Explorar la representación decimal en base 5 de los números racionales, y la transformación a la representación fraccionaria. Más específicamente:

- Discutir la complejidad matemática y cognitiva de la representación de los números racionales en distintas bases numéricas.

- Analizar materiales didácticos utilizados para la enseñanza de suma y multiplicación de números naturales, readecuados para la representación en base 5.
- Propiciar un espacio de intercambio y reflexión a partir del estudio de actividades que ponen el foco en la comprensión de las escrituras decimales de las fracciones.
- Valorizar y discutir el uso de las calculadoras para analizar y anticipar el desarrollo de decimales finitos e infinitos.
- Reflexionar sobre el concepto de número racional e irracional y la relación que tiene con su representación decimal.

Metodología de trabajo

Se trabajará en modalidad taller, en donde los participantes serán organizados en pequeños grupos. En cada encuentro se comenzará con una presentación para repasar los conceptos utilizados para dicho encuentro. Luego se propondrán actividades para resolver en grupo, que ayuden a reflexionar sobre las problemáticas comunes que se encuentran en el aula. A modo de cierre, habrá un espacio para la puesta en común propiciando interacciones que permitan la validación y el debate con la moderación de los talleristas.

El taller se divide en 3 encuentros:

- **Primer encuentro:** Representación de números enteros positivos en bases no decimales. Ejemplos y actividades en base 5. Revalorización de materiales didácticos, como ábaco, collar matemático, rueda aritmética, bloques multibase, etc, para la suma, resta, multiplicación. Discusión con una mirada crítica sobre algoritmos utilizados en las cuentas paradas de suma, resta y multiplicación.
- **Segundo encuentro:** Representación de números racionales. Números con representación decimal finita en base 5. Transformación entre representación decimal y representación como fracción. Números con representación decimal infinita periódica pura en base 5. Transformación entre representación decimal y representación como fracción. Determinación de la longitud del periodo a partir de la representación como fracción.
- **Tercer encuentro:** Representación de números racionales representación decimal infinita periódica no pura. Cálculo del comienzo del periodo y su longitud en base 5. Transformación entre representación decimal y representación como fracción. Reflexión de lo abordado a lo largo del taller sobre las propiedades y definición de los números racionales, junto una breve discusión sobre los irracionales y su caracterización en

relación a su representación decimal. Generalización de las propiedades vistas para base decimal.

Destinatarios: Docentes de Matemática en nivel medio y superior. Estudiantes de Profesorado y Licenciatura en Matemática.

Requisitos materiales

Para llevar a cabo las actividades planteadas es necesario contar con calculadora. Además se aconseja repasar el tema “relaciones de congruencias módulo p ” en números enteros. Se puede leer las páginas 168-174 del siguiente libro:

Gentile, E. (1988). *Notas de álgebra I*. Ed. Eudeba.

Bibliografía básica para lo que se trabajará en el taller

Gentile, E. (1988). *Notas de álgebra I*. Ed. Eudeba.

Ross, K.E. (2013) *Elementary Analysis: The Theory of Calculus*. Springer New York.

Referencias bibliográficas de esta propuesta

Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Universidad del Valle.

Granados Niño, N.J. Y Jiménez Espinosa, A. (2022), Representaciones semióticas en números racionales. *Revista Habitus: Semilleros de investigación*, 2(3). <https://doi.org/10.19053/22158391.13966>

Palacios-Amaya, M., Bianchi, V. y Montoro, V. (2018). Estudiantes de escuela secundaria pensando los números racionales. *Revista de Educación Matemática*, 33(3), 5–26.

Pochulu, M. D. (2007). Períodos de números racionales: Un abordaje desde la teoría de números y con nuevos recursos. *Números: Revista de didáctica de las matemáticas*, 68, 1-8.